المحاضرة الرابعة:

حركة الجسم الصلب

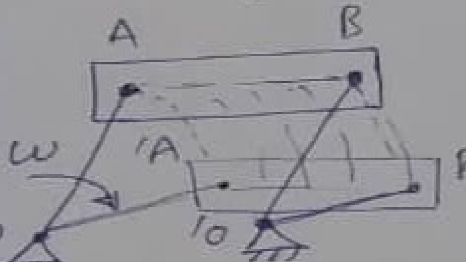
الحركات البسيطة للجسم الصلب

الحركة الانسحابية:

تعريف: يتحرك الجسم حركة انسحابية عندما يبقى أي مستقيم موازي لنفسه طوال فترة الحركة

مثال: تتحرك العارضة AB حركة انسحابية اثناء دوران الذراع OA لان المستقيم AB يبقى موازٍ لنفسه ويبقى افقياً وأي مستقيم آخر في هذا الجسم ايضاً يبقى موازٍ لنفسه

منحنية



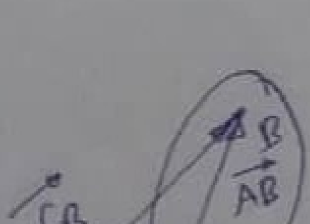
مستقيمة

الحركة الانسحابية المستقيمة:

نقول عن الحركة حركة انسحابية مستقيمة عندما ترسم جميع النقاط مسارات مستقيمة متوازية

الحركة الانسحابية المنحنية:

نقول عن الحركة حركة انسحابية منحنية عندما ترسم جميع النقاط مسارات منحنية متوازية فيما بينها كما في مثال العارضة



$$\vec{r_B} = \vec{r_A} + \vec{AB}$$

$$\vec{V_B} = \frac{d\vec{r_B}}{dt} = \frac{d\vec{r_A}}{dt} + \frac{d\vec{AB}}{dt} = \vec{V_A} + \vec{0}$$

لأن الشعاع $\vec{AB}$ في الحركة الانسحابية $\frac{d\vec{AB}}{dt} = \vec{0}$

يبقى ثابت القيمة والمنحى والاتجاه ثم مشتقه يساوي الصفر

عندئذ

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A$$

في حال اخذنا اي نقطة اخرى من الجسم سوف نحصل

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A = \vec{V}_c$$

أي كل النقاط لها نفس السرعة

فمشتقه مره اخرى

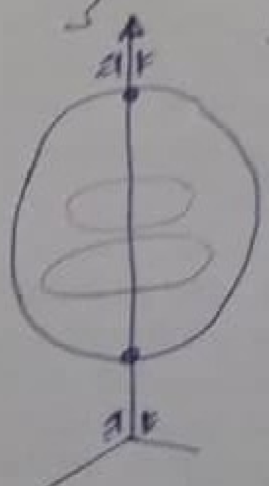
$$\vec{a}_B = \vec{a}_A = \vec{a}_c$$

النتيجه في الحركة الانسحابيه كل النقاط لها نفس السرعة ولها نفس التسارع

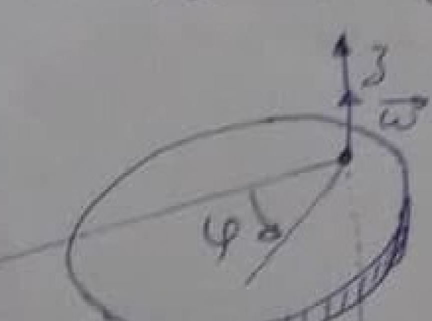
السرعة الزاويه للجسم في الحركة الانسحابيه $\omega = 0$

التسارع الزاوي " " " " " $\varepsilon = \alpha = 0$

الحركة الدورانيه حول محور ثابت:



تعريف: نقول عن الجسم بأنه يتحرك حركة دورانيه اذا بقي منه نقطتان ثابتتان طوال فترة الحركة والمستقيم الواصل بينهما يسمى محور الدوران وجميع نقاط الجسم ترسم مسارات دائريه متوازيه مركزها يقع على محور الدوران

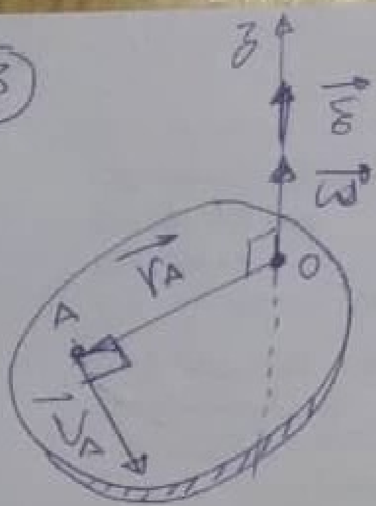


معادلة الحركة الدورانيه للجسم الصلب

لتحديد مكان (احداثيات) أي نقطة من الجسم الصلب يكفي معرفة العلاقة: $\varphi = f(t)$

أي معرفة العلاقة التي تربط التغير الحاصل للزاويه φ مع الزمن

(3)



$\omega = \dot{\varphi} \quad rad.s^{-1}$

$\varepsilon = \alpha = \dot{\omega} = \ddot{\varphi} \quad rad.s^{-2}$

السرعة والتسارع في الحركة الدورانية:

$\vec{r}_A$ شعاع الموضع للجسم A.

$$\vec{V}_A = \frac{d\vec{r}_A}{dt} = \vec{\omega} \wedge \vec{r}_A$$

قاعدة: أي شعاع طويلته ثابتة مشتقه معدوم

= = = = متغير مشتقة = $\vec{\omega} \wedge \vec{r}_A$

$$\vec{V}_A = \vec{\omega} \wedge \vec{r}_A$$

نحدد ميزات هذا الشعاع:

طويلته:

$$v_A = |\vec{\omega}| \cdot |\vec{r}_A| \sin(\vec{\omega}, \vec{r}_A)$$

$$v_A = \omega \cdot \rho_A \sin(90) = \omega \rho_A$$

أي السرعة الخطية لأي جسم تساوي السرعة الزاوية للجسم مضروب ببعده عن مركز الدوران

منحاه: الشعاع الناتج من ضرب شعاعين خارجياً هو شعاع عامودي على المستوي المشكل من الأول والثاني

$\vec{V}_A \perp (\vec{\omega}, \vec{r}_A)$ هو عامودي على $\vec{r}_A$

اتجاهه: حسب قاعدة اليد اليمنى

التسارع:

$$\vec{a}_A = \frac{d\vec{V}_A}{dt} = \frac{d(\vec{\omega} \wedge \vec{r}_A)}{dt}$$

$$\vec{a}_A = \vec{\varepsilon} \wedge \vec{r}_A + \vec{\omega} \wedge \frac{d\vec{r}_A}{dt} = \vec{\varepsilon} \wedge \vec{r}_A + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}_A)$$

$$\vec{a}_A = \vec{a}^t_A + \vec{a}^n_A$$

(4)

التسارع المماسي :

$$\vec{a}^t_A = \vec{\varepsilon} \wedge \vec{r}_A$$

طويلته

$$|\vec{a}^t_A| = |\vec{\varepsilon}| \cdot |\vec{r}_A| \cdot \sin(90)$$

$$a^t_A = \varepsilon \cdot \rho_A$$

منحى هذا الشعاع ينطبق على منحى $\vec{V}_A$ و اتجاهه حسب قاعدة اليد اليمنى

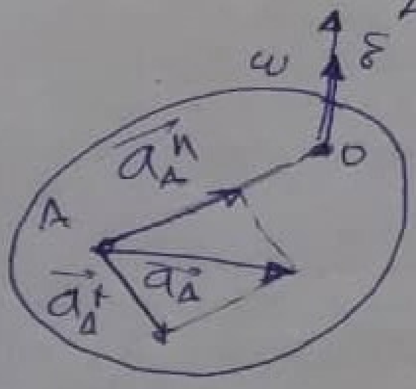
$$\vec{a}^n_A = \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}_A) = \vec{\omega} \wedge \vec{V}_A$$

طويلته

$$|\vec{a}^n_A| = |\vec{\omega}| \cdot |\vec{V}_A| \sin(\overset{90°}{\vec{\omega}, \vec{V}_A}) = \omega \cdot v_A$$

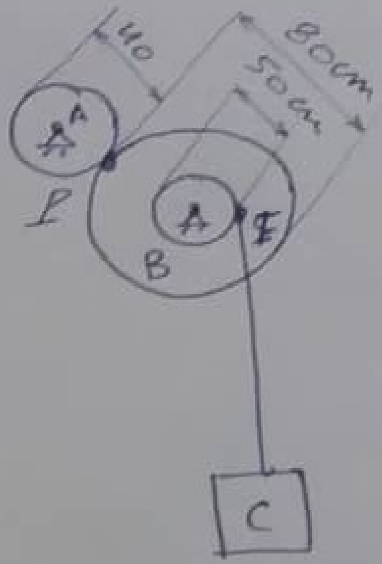
$$a^n_A = \omega \cdot v_A = \omega \cdot \omega \rho = \omega^2 \cdot \rho = \frac{v^2}{\rho}$$

$$a_A = \sqrt{{a^n_A}^2 + {a^t_A}^2} = \sqrt{(\omega^2 \rho)^2 + (\varepsilon \rho)^2} = \rho \sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}$$



(5)

مثال: يدور المسنن A مع عقارب الساعة من السكون بتسارع زاوي ثابت $\alpha_A = 8\ rad.s^{-2}$ مما يؤدي الى دوران المسنن B والاسطوانة المثبتة عليه وبالتالي سحب الجسم C للأعلى كما هو مبين في الشكل المطلوب بعد مرور ثلاث ثواني من بدء الحركة إيجاد:



1- السرعة الزاوية ω_A للمسنن A

2- " " ω_B " B

3- التسارع الزاوي α_B = B

4- سرعة وتسارع الجسم C

5- مقدار ارتفاع الجسم C عن الارض

$\varepsilon_A = \alpha_A = 8\ rad.s^{-2}$ حركة دورانية متغيرة بانتظام.

$$\omega_A = \varepsilon_A t + \cancel{\omega_0} = 8 \cdot 3 = 24\ \frac{rad}{s}$$

نقطة التماس لها نفس السرعة

$$v_P = \omega_A R_A = \omega_B R_B \Rightarrow \omega_B = \omega_A \frac{R_A}{R_B} = 24 \frac{20}{40}$$

$$\omega_B = 12\ rad.s^{-1}$$

نقطة التماس لها نفس التسارع المماسي

$$a_P^t = \varepsilon_A \cdot R_A = \varepsilon_B R_B \Rightarrow \varepsilon_B = \varepsilon_A \frac{R_A}{R_B} = 8 \cdot \frac{20}{40} = 4\ rad.s^{-2}$$

أي نقطة من الحبل لها نفس السرعة

$$v_E = \omega_B \cdot 25 = 12 \cdot 25 = 300\ cm.s^{-1}$$

$$v_C = 300\ cm.s^{-1}$$

ايضا تسارع النقطة E هو نفسه تسارع C:

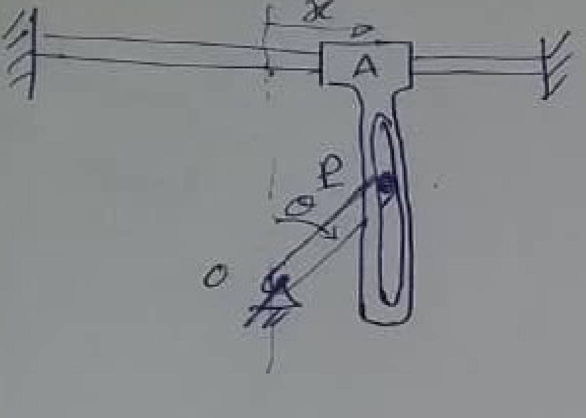
$$a_E = \varepsilon_B \cdot 25 = 4 \cdot 25 = 100\ cm.s^{-2}$$

$$\Delta y_C = \frac{1}{2} a_C t^2 = \frac{1}{2} 100 \times 9 = 450\ cm = 4{,}5\ m$$

⑥

مثال : دورة (2019-2020) :

يتم التحكم بدوران الذراع OP بواسطة الدليل A الذي يتحرك وفق المعادلة $x = 30\sin(2t)$ حيث تقدر x بـ cm و t بـ sec عندما $t = 30$ sec المطلوب

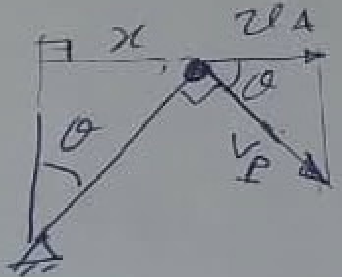


1- أوجد مكان الدليل A في هذه اللحظة
2- سرعة وتسارع الدليل A .
3- سرعة وتسارع المسار P .
4- السرعة الزاوية ω للذراع OP .
5- التسارع الزاوي ε للذراع OP .

$$x = 30\sin(2\times30) = 15\sqrt{3}\ cm$$

$$v_A = \dot{x} = 60\cos(2t) = 30\ cm.s^{-1}$$

$$a_A = \ddot{x} = -120\sin(2t) = -60\sqrt{3}\ cm.s^{-2}$$



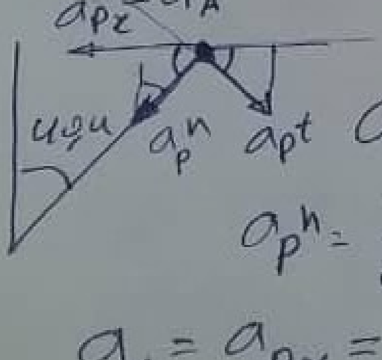
$$\cos\theta = \frac{v_A}{v_P} \Rightarrow v_P = \frac{v_A}{\cos\theta}$$

لنوجد الزاوية θ :

$$\sin\theta = \frac{x}{OP} = \frac{15\sqrt{3}}{40} = 0.649$$

$$\Rightarrow \hat{\theta} = 40{,}4^\circ \Rightarrow v_P = \frac{30}{\cos(40{,}4)} = 39{,}4\ cm.s^{-1}$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{39{,}4}{40} = 0{,}98\ \frac{rad}{s}$$



$$a_P = \sqrt{{a_P^n}^2 + {a_P^t}^2}$$

$$a_P^n = \frac{v_P^2}{OP} = 38{,}8\ cm.s^{-2}$$

$$a_A = a_{Px} = a_P^n \sin\theta + a_P^t \cos\theta$$

$$-60\sqrt{3} = -38{,}8\sin(40{,}4) + a_P^t \cos(40{,}4)$$

$$\Rightarrow a_P^t = \frac{-78{,}7}{\cos(40{,}4)} = 103{,}4 \Rightarrow \varepsilon_{OP} = \frac{-103{,}4}{40} = 2{,}5\ rad.s^{-2}$$